**Exercice chaînes de Markov**

*Travail réalisé avec Maxima.*

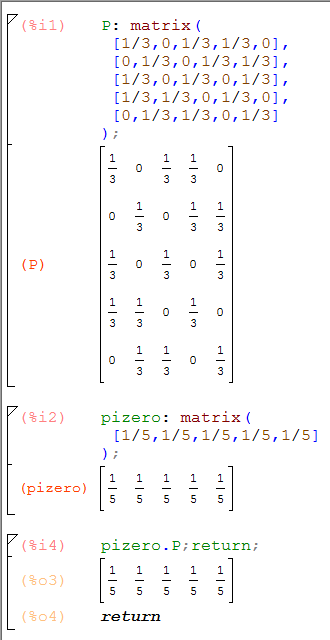
1. *On reprend la vie du robot et on suppose qu’au départ (instant 0) il se trouve aux différents sommets avec la même probabilité, c’est-à-dire .*

*Écrire le vecteur-ligne .*

Les événements étant équiprobables, on a :

1. *En déclarant le vecteur-ligne comme une matrice (1 ligne, 5 colonnes) et la matrice de transition, faire calculer le vecteur ligne .*

D’après le cours, on a , avec

Pour ce faire, utilisons Maxima.

On en tire que

1. *Répondre à la question : quelles seront les probabilités de sa position à l’issue du 100ème mouvement ?*

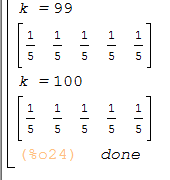
Pour trouver ces probabilités, il faut faire :

…

On lance la commande suivante dans Maxima :



On final, on a :



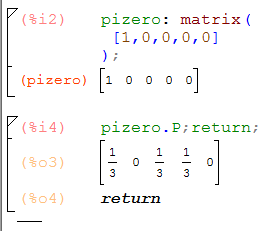
D’où :

1. *On reprend à zéro et on suppose que le robot est à la position 1 à l’instant 0 ; c’est-à-dire*

*Déterminer le vecteur ligne .*

Comme précédemment, on a :

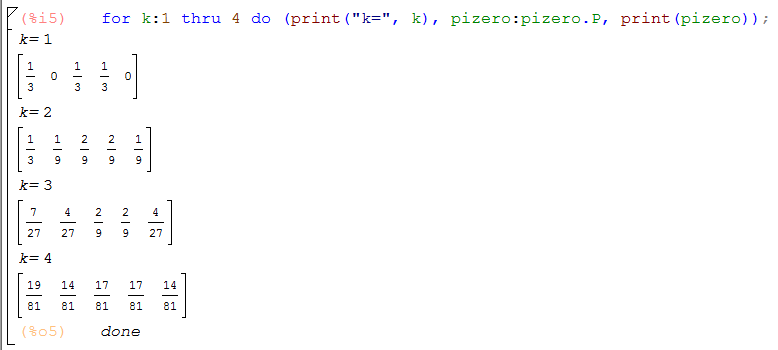
Avec Maxima, il vient :



On en tire que

1. *Déterminer les vecteurs ligne , , .*

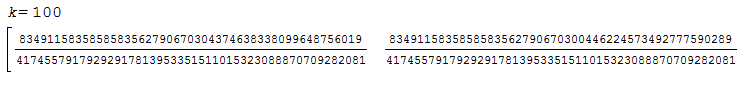
Toujours avec Maxima, on réutilise la boucle précédente :



D’où :

1. *Essayez de deviner ce qui se passera avec le temps (en faisant autant de calculs que vous le désirez).*

Pour essayer de voir ce qui va se passer, on peut relancer la boucle précédente en allant jusqu’à un nombre arbitrairement haut, par exemple 100. Voyons ce qu’il se passe :







Quand on calcule chaque composante de la matrice, on trouve qu’elle est environ égale à .

Or .

On extrapole donc que :

C’est-à-dire que **les événements deviennent équiprobables avec le temps**.